

|                      |                                       |
|----------------------|---------------------------------------|
| <i>Przedmiot:</i>    | <b>Modele matematyczne w biologii</b> |
| <i>Rok/semestr:</i>  | II stopień                            |
| <i>Wykład:</i>       | 30 godzin                             |
| <i>Laboratorium:</i> | 30 godzin                             |

### **Treści kształcenia:**

**Wstęp:** istota modelowania biomatematycznego; zagadnienie realności i sensowności modelu; zakres dynamiki populacyjnej; pierwsze modele populacyjne: Fibonacciego, Malthusa, Verhulsta. Sezonowość w dynamice populacyjnej, równanie bilansu, populacja zamknięta i otwarta.

**Modele kilkupopulacyjne:** współzawodnictwo gatunków; podstawowy model Volterry drapieżca-ofiara: własności średnie rozwiązań i ich implikacje ekologiczne; model drapieżca-ofiara i ograniczone zasoby; model Kołmogorowa: asymptotyka rozwiązań, istnienie cyklu granicznego; modele epidemiologiczne: model Kermacka i McKendricka, przebieg epidemii.

**Modele ze strukturą dyskretną:** modele generacyjne, twierdzenie Perrona i jego zastosowania; modele z czasem ciągłym; proces urodzin i śmierci; przykłady modeli z genetyki z nieskończoną liczbą podpopulacji w tym model ewolucji genomu i jego asymptotyka.

**Modele z opóźnieniem:** znaczenie opóźnienia w procesach biologicznych i badanie asymptotyki modeli.

**Uwagi o modelach ze strukturą ciągłą:** rozkład wiekowy populacji i model dynamiki krwinek czerwonych.

### **Celem wykładu jest:**

- Zapoznanie studentów z zasadami modelowania,
- Przedstawienie podstawowych modeli dynamiki populacyjnej, z aktywnym udziałem studentów w ich tworzeniu,
- Wprowadzenie metod matematycznych potrzebnych do ich badania.

W badaniu nawet elementarnych modeli populacyjnych wykorzystuje się dość zaawansowane metody matematyczne zwykle nieobecne w kursowych wykładach. W szczególności w naszym wykładzie będziemy korzystać z metod jakościowych teorii równań różniczkowych zwyczajnych takich jak: klasyfikacja punktów równowagi, nierówności różniczkowe, funkcja Lapunowa, metoda Poincarégo-Bendixsona dowodu istnienia rozwiązań okresowych, bifurkacja Hopfa. Również używamy pewnych metod z analizy funkcjonalnej: teorię pólgrup operatorów liniowych w tym operatorów Markowa.

### **Efekty kształcenia:**

Efektom kształcenia powinna być umiejętność samodzielnego budowania prostych modeli matematycznych dynamiki populacyjnej i ich analiza. Student poznaje również metody jakościowe teorii równań różniczkowych zwyczajnych i elementy teorii pólgrup operatorów przydatne w wielu innych zagadnieniach teoretycznych i praktycznych.

### **Literatura**

1. W.T. Arnold, *Równania różniczkowe zwyczajne*, PWN, Warszawa, 1975.
2. A. Pelczar, *Wstęp do teorii równań różniczkowych. Część II*, PWN, Warszawa, 1989.
3. R. Rudnicki, *Analiza matematyczna*, PWN, Warszawa, 2002.
4. R. Rudnicki, *Modele i metody biologii matematycznej*, preprint.
5. R. Rudnickim, K. Pichor, M. Tyran-Kaminska, *Markov semigroups and their applications*, in Dynamics of Dissipation, Lecture Notes in Physics, vol. 597, Springer, Berlin, 215-238.
6. F.M. Scudo and J.R. Ziegler (eds.) *The Golden Age of Theoretical Ecology: 1923 - 1940*, Lecture Notes in Biomathematics 22, Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag, 1978.
7. H.R. Thieme, *Mathematics in Population Biology*, Princeton Series in Theoretical and Computational Biology, Princeton University Press, Princeton, 2003.
8. G.F. Webb, *Theory of Nonlinear Age-Dependent Population Dynamics*, Marcel Dekker, 1985.